БЕЙБАЛАЕВА Д. К.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Статья посвящена расширенному балансу производства продукции использования основных производственных фондов.

BEYBALAEVA D. K.

DYNAMIC MODEL OF INTERBRANCH BALANCE

Article is devoted the expanded balance of production of use of the basic production assets.

Ключевые слова: модель, баланс, производство продукции, основные производственные фонды.

Keywords: model, balance, production of goods, capital production assets.

Основой для построения динамической модели межотраслевого баланса является расширенный баланс производства продукции и использования основных производственных фондов

$x – Ax = y$, $fx = Ф$, 1

где: $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – вектор валовых выпусков;

$y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ – вектор конечного продукта;

$A = (a_{ij})_{nxn}$ – матрица прямых материальных затрат;

$f = (f_{lj})_{mxn}$ – матрица фондоемкости продукции;

$Ф = (Ф_1, Ф_2, \ldots, Ф_m)$ – вектор основных производственных фондов;

n – число различных продуктов;

m – число различных видов основных производственных фондов.

В этой схеме учитывается обеспеченность производственными фондами, однако балансы производства продукции и фондов соединены в ней чисто механически. По заданному вектору «y», используя баланс производства продукции, можно найти вектор «x», а затем при помощи баланса фондов установить, достаточно ли для этого выпуска «x» имеющихся производственных мощностей. Если их недостаточно, то необходимо пересмотреть задание по конечному продукту. Расчеты можно проводить и в обратном порядке: сначала по балансу основных фондов определить возможный выпуск «x», а затем выявить, каким окажется соответствующий конечный продукт «y». В обоих случаях балансы производства продукции и фондов выступают друг для друга внешними ограничениями, а их согласование должно осуществляться вне рамок модели. Иными словами, отсутствует органическая внутренняя увязка объемов производства продукции с основными фондами. Это затрудняет перспективные расчеты, в ходе которых необходимо учитывать, что баланс производства продукции данного года не только ограничен балансом фондов данного года, но, в свою очередь, и удовлетворительная балансировка в этих условиях практически невозможна.

В динамической модели межотраслевого баланса, о которой пойдет речь далее, указанный недостаток преодолен. Достигается это за счет введения в модель процессов создания основных фондов. Принципиальная схема сводится к следующему [2]. Имеется «m» технологических способов капитального строительства. Каждый способ предназначен для ввода в действие только одного вида фондов. При этом задается матрица материальных затрат в капитальном строительстве K = (kit)nxm, где kit показывает, какое количество продукта вида «i» необходимо затратить для ввода в действие единицы фондов вида l. Для упрощения модели срок создания основных фондов примем равным одному году, т. е. если затраты были осуществлены в году t, то уже в году t + 1 фонды могут принимать участие в производстве продукции.

Вектор конечного продукта «y» складывается из двух частей: накопляемой $S = (S_1, S_2, \ldots, S_n)$ (фонд производственного накопления) и потребляемой $C = (C_1, C_2, \ldots, Cn)$ (фонд непроизводственного потребления), т. е. y = S + C.

Фонд накопления целиком направляется на прирост основных производственных фондов:

$$S = K\,D\Phi, \qquad 2$$

где: $D\Phi_t = \Phi_{t+1} - \Phi_t$.

С учетом баланса производства продукции и использования фондов модель выглядит следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} &x - Ax = y,\\ &fx = \Phi, \qquad\qquad 3\\ &y = S + C,\\ &S = K\,D\Phi. \end{aligned}$$

Из этих уравнений легко выводится основное уравнение модели

$$x - Ax - D\,Dx = C, \qquad 4$$

где $Dx_t = x_{t+1} - x_t$ и матрица D = Kf. Ее коэффициенты d_{ij} показывают, какое количество продукта i необходимо затратить в данном году, чтобы производство продукта j в будущем году могло увеличиться на единицу. Если считать, что единица производственной мощности необходима для обеспечения единицы выпуска, то d_{ij} – коэффициент затрат продукта i на создание единицы производственной мощности отрасли j. Коэффициенты d_{ij} называют также коэффициентами приростной фондоемкости.

Уравнение (4) называется открытым динамическим балансом Леонтьева в дискретном времени.

Задавая на каждый момент времени желаемый вектор потребления C и решая систему (4), получаем согласованный по фондам и потреблению план выпуска, который в свою очередь определяет динамику остальных переменных модели.

Непрерывный вариант открытого динамического баланса представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений:

$x – Ax – Dx = C,$ 5

где $x = (x_1, x_2, …, x_n)$ – вектор производных от объемов выпуска по времени, аналогичный вектор Dx в дискретном варианте.

Чтобы подчеркнуть, что матрица фондоемкостей (f_{lj}) показывает необходимое участие за единицу времени, уравнение (4) принимает вид:

$x – Ax – DDx/Dt = C.$

В дискретном балансе Dt = 1. Переходя к пределу при Dt ® 0, получаем уравнение непрерывного баланса.

Анализируя решение, можно определить, что если S – диагональная матрица норм производственного накопления, s1- норма производственного накопления в отрасли, то основное уравнение (4) переписывается в виде

$x – Ax – S^{-1} D\, Dx = 0.$ 6

Обозначая матрицу S^{-1}, D через G, получаем

$x – Ax – G\, Dx = 0.$ 7

Это уравнение называется замкнутым динамическим балансом.

Выразим xt+1 через xt

Gxt+1 = xt - Axt + Gxt = (E – A + G) xt.

Предположим, что матрица G обратима. Тогда

$x_{t+1} = G^{-1}(E – A + G)\, x_t = H\, x_t,$ 8

где: $H = G^{-1}(E – A + G)\, x_t.$

Если задано начальное состояние x0, то уравнение (8) однозначно определяет траекторию развития экономики, удовлетворяющую этому начальному значению [2].

Траектория будет сбалансированной, если существует число l>0, для которого xt+1 = lxt при всех значениях t20. Число l в этом случае является темпом роста траектории. Если траектория валовых выпусков растет при постоянном темпе роста l, то таков же и темп роста траектории основных производственных фондов, конечного продукта и его составных частей – фонда производственного накопления и непроизводственного потребления. Это непосредственно следует из уравнений (3).

В случае продуктивности матрицы А среди траекторий валовых выпусков, описываемых уравнением (8), найдется сбалансированная траектория[1].

Перепишем матрицу Н в виде

$H = (G^{-1}(E – A) + E).$ 9

Так как матрица А обратима, матрица (E – A)-1 существует и (E – A)-1³ 0. Тогда в силу неотрицательности матрицы G (E – A)-1 G ³ 0.

Следовательно, матрица обладает максимальным собственным значением g*>0, которому соответствует собственный вектор x*³0 (теорема Фробениуса-Перрона для неотрицательных частиц). Число m* = 1/g* в этом случае является собственным значением, а вектор x* - соответствующим

[1] Понятие сбалансированной траектории в модели динамического баланса аналогично понятию стационарной траектории в модели Солоу. Очевидно, что вдоль сбалансированной траектории, как и в модели Солоу, отношения между переменными оказываются стационарными: Xtj/Xti = const, i, j, = 1, …, n.

собственным вектором матрицы G-1(E – A), обратной к матрице (E – A) G-1 (3).

Далее очевидно, что число l* = 1 + m* есть собственное значение с тем же собственным вектором x* для матрицы H:

Hx* = l*x*.

Если начальное значение x0 совпадает с x*, то

$x_1 = Hx^* = l^*x^* = l^*x_0$,

$x_2 = Hx_1 = l^*x^* = l^*x_1$,

$x_t = Hx_{t-1} = l^*Hx_{t-2} = l^*x_{t-1}$,

В явном виде xt выражается через x*:

$x_t = (l^*)^t\ x^*$. 10

Это выражение является дискретным аналогом экспоненциального роста. Состояние x* называется устойчивым, если при любом начальном состоянии x0 для траектории xt, начинающейся в x0, выполнено условие

$x_t\ /l^t$ ® x*.

t®¥

Устойчивость означает, что соотношение компонент вектора x_t приближается к соотношению компонент вектора x*.

Стационарное состояние замкнутой модели динамического баланса в отличие от стационарного состояния модели Солоу может не обладать устойчивостью. Это связано с тем, что g* - максимальное положительное собственное число матрицы $(E – A)^{-1}$ G, поэтому m* - минимальное (по модулю) собственное число для $G^{-1}(E – A)$. Так как в модели нет механизма, обеспечивающего неотрицательность решения, то в случае неустойчивости траектории могут выйти в отрицательную область [3].

Модель динамического межотраслевого баланса является развитием статистической балансовой модели [1]. В ней учтено создание новых производственных фондов, увеличивающих производственные мощности. Конечное потребление определяется вне рамок модели. Основным формальным ограничением по-прежнему остается линейный характер технологических зависимостей. Сохранена усредненность технологических способов, так как по предложению каждый продукт производится только одним способом. Эти качества модели в известной степени огрубляют действительность, но вместе с тем облегчают ее практическое использование.

В используемых на практике моделях динамического баланса дополнительно учитываются процессы старения фондов, различия в сроках капитального строительства, специальные ограничения на возможные объемы накоплений и т.п. Однако в основе сохраняются балансовые соотношения типа 4.

Литература

1. *Гранберг А. Г. Основы региональной экономики. – М.: ГУ ВШЭ, 2000г.*

2. *Гранберг А. Г. Динамические модели народного хозяйства. – М., 1985г.*

3. *Мэнкью Н. Г. Микроэкономика. – М.: Изд-во МГУ. 1994, – С. 141, 198.*